

Questionário envolvendo Cônicas e as Curvas Luminosas

Aluno: _____

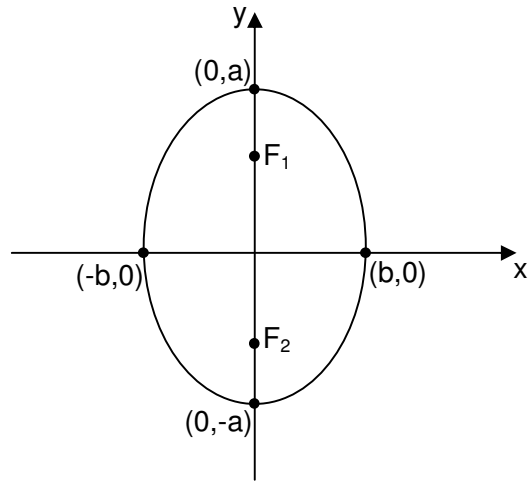
Turma: _____

Professor: _____

Parte 01

Encontre as seguintes características da elipse abaixo com focos (pontos fixos) em $F_1 = (0,c)$ e $F_2 = (0,-c)$, c é um número real.

- Determine as retas fixas (diretrizes).
- Encontre a reta perpendicular à reta fixa passando pelos pontos fixos (ou seja, eixo de simetria).
- Quais são os pontos de interseção da curva com o eixo das abscissas?
- Qual é a relação entre os valores a , b e c ?
- Verifique que a equação reduzida desta elipse é



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1.$$

- Complete a tabela:

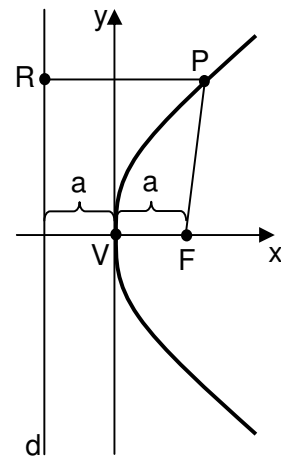
Equação da Elipse	Valor de "a"	Valor de "b"	Valor de "c"	Excentricidade: "e"
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$	5	3	4	$e = \frac{4}{5}$
$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$		2		$e = \frac{\sqrt{5}}{3}$
		1	$\sqrt{35}$	
	10	8		
$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{144} = 1$				
	2		$\sqrt{3}$	

- g) Percebeu que em cada elipse a excentricidade é dada pela equação $e = \frac{c}{a}$? Além disso, observe que em todas os casos a excentricidade é menor que 1. Saiba que para qualquer elipse, $e < 1$. Você saberia explicar por quê?
- h) Desenhe em um mesmo plano cartesiano todas as elipses que aparecem na tabela anterior. O que você notou? As elipses estão encaixadas? Existe alguma relação entre a excentricidade e a forma da elipse, ou seja, quando ela fica mais “achatada”?

Parte 02

Discuta as características da parábola abaixo. Considere o foco (ponto fixo) em $F = (c, 0)$, c é um número real.

- Determine a reta fixa (diretriz).
- Encontre a reta perpendicular à reta fixa passando pelo ponto fixo (ou seja, eixo de simetria).
- Determine o ponto de interseção entre a parábola e o eixo de simetria (vértice V). Considere “ a ” como sendo a distância entre o vértice e a diretriz. Note que a distância entre o vértice e o foco também é “ a ”.
- Sejam P um ponto sobre a parábola e R o ponto de interseção entre a diretriz e uma reta perpendicular a ela que passa por P . Qual a relação entre a distância de P ao foco e a distância de P a R ?
- Verifique que a equação reduzida desta parábola é $y^2 = 4cx$.
- Complete a tabela:



Equação da Parábola	a	c	Excentricidade: “ e ”
$y^2 = 8x$	2	2	$e=1$
$y^2 = 28x$	7		$e=1$
		3	
	5	5	
$y^2 = 2x$			
	$\frac{1}{4}$		

g) Percebeu que em cada parábola a excentricidade é dada pela equação $e = \frac{c}{a}$? Além disso, observe que em todas os casos a excentricidade é igual a 1. Saiba que para qualquer parábola $e = 1$. Você saberia explicar por quê? Se não, reveja sua resposta no item (d).

Desafio!

Considere a parábola com equação $y = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são constantes reais fixas. Justifique, por meio de argumentações ou demonstrações, se são falsas ou verdadeiras as afirmações a seguir:

- Se $b > 0$ então a parábola corta o eixo y em sua parte crescente.
- Se $b < 0$ então a parábola corta o eixo y em sua parte decrescente.

Caso não consiga resolver, visite o seguinte site:

http://www.gregosetroianos.mat.br:80/pr_11/index.html

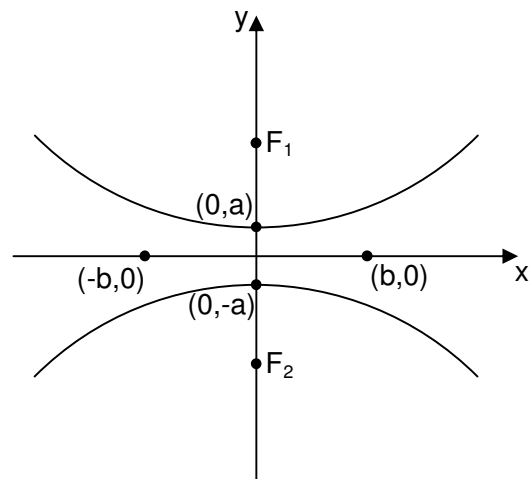
Parte 03

Observe a hipérbole abaixo e responda ao que se pede. Considere os focos (pontos fixos) em $F_1 = (c,0)$ e $F_2 = (-c,0)$.

- Determine as retas fixas (diretrizes).
- Encontre a reta perpendicular à reta fixa passando pelos pontos fixos (ou seja, eixo de simetria).
- Determine os pontos de interseção entre a hipérbole e o eixo de simetria (vértices).
- Sabendo que o número "b" é tal que $a^2 + b^2 = c^2$, verifique que a equação reduzida

desta hipérbole é $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$.

- Complete a tabela:



Equação da Hipérbole	Valor de "a"	Valor de "b"	Valor de "c"	Excentricidade: "e"
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$	4	3	5	$e = \frac{5}{4}$
$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$		2		$e = \frac{\sqrt{13}}{3}$
		1	$\sqrt{26}$	
	7	6		
$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{81} = 1$				
	2		$\sqrt{5}$	

f) Percebeu que em cada hipérbole a excentricidade também é dada pela equação $e = \frac{c}{a}$?

Além disso, observe que em todas os casos a excentricidade é maior que 1. Saiba que para qualquer hipérbole, $e > 1$. Você saberia explicar por quê?

g) Desenhe em um mesmo plano cartesiano todas as hipérboles que aparecem na tabela anterior. O que você notou? As hipérboles estão encaixadas? Existe alguma relação entre a excentricidade e a forma da hipérbole, ou seja, quando ela fica mais "aberta"?

Parte 04

Observando as partes 1, 2 e 3 realizadas anteriormente, você seria capaz de completar a tabela abaixo?

Cônica	Excentricidade: "e"
Elipse	$e < 1$
	$e = 1$
Hipérbole	
	$e = 0$

Teve dificuldades em preencher esta tabela? Qual seria a cônica da última linha? Lembre que a excentricidade de uma cônica é dada por $e = \frac{c}{a}$ e se $e = 0$, o que podemos concluir? Qual a cônica cujo foco é o vértice?